

MATHÉMATIQUES D'HIER À AUJOURD'HUI

Gilles FLAMENT (*)

“Situation paradoxale que celle des mathématiques ! L'homme de la rue soupçonne bien leur omniprésence dans sa vie quotidienne sans pouvoir toujours réellement repérer leur trace. Quel rapport entre l'algèbre, la géométrie, les statistiques et le fonctionnement d'une calculette, la vitesse du TGV, l'informatique ou l'architecture ? Les paradoxes des mathématiques se retrouvent dans le système de formation, où elles exercent un véritable impérialisme. L'impitoyable sélection dont elles sont l'instrument n'empêche pas la France de manquer cruellement, non seulement de professeurs, mais aussi de chercheurs et d'ingénieurs. Ayant succédé au latin comme critère de sélection des élites, les mathématiques ont vu leur prestige grandir dans le monde scolaire. Mais leur cause y a-t-elle gagné ? Beaucoup d'enseignants constatent qu'il n'en est rien. A force d'être gavés de mathématiques, les élèves finissent par les considérer d'abord comme le passage obligé du succès scolaire, non comme une source d'enrichissement intellectuel, ni même comme un débouché professionnel en soi.

Cet assèchement constitue, avec l'insuffisance des salaires et l'attrait de l'étranger, l'une des causes de la crise de recrutement d'enseignants et de chercheurs que connaît notre pays. Il n'est pas le seul : la plupart des grandes puissances, Etats-Unis et Union Soviétique compris, ont déjà sonné l'alarme.

En France, les enseignants en mathématiques réfléchissent aux moyens de redonner tout son sens à leur discipline. Ils disposent pour cela d'instruments dynamiques comme les associations de spécialistes et un réseau original d'instituts de recherche, les IREM, où praticiens et chercheurs de tous niveaux confrontent leurs expériences. Le ministère de l'éducation nationale encourage aussi l'évolution des contenus et des méthodes d'enseignement avec la création d'une mission de réflexion confiée à M. Didier DACUNHA-CASTELLE, professeur à l'université de Paris-Sud (Orsay). Ce renouveau apparaît indispensable au moment où les compétences mathématiques sont recherchées dans un nombre sans cesse croissant de secteurs tels que l'industrie, la banque ou les assurances, sans parler de leur utilisation en sciences sociales ou dans le domaine des arts.”

(Source : Dossiers et documents “*Le Monde*” Avril 1988)

A.— Les mathématiques comme outil de sélection

Depuis que le débat a été porté devant l'opinion, personne ne saurait plus ignorer que les mathématiques sont officiellement reconnues comme la discipline “*reine*” et le critère majeur de la sélection scolaire.

Pour être médecin, comme pour être ingénieur, il faut d'abord montrer son aptitude aux mathématiques.

Tout en haut des valeurs, nous trouvons la prestigieuse section C. On a calculé que sur 100 élèves admis en troisième, 4 % iront en TC. Et 40,4 % des élèves de TC sont admis dans les grandes écoles, contre moins de 4,8 % des élèves issus de D (chiffres 1986).

(*) Texte exposé aux professeurs certifiés stagiaires de l'Académie de Strasbourg en novembre 1990.

Placées en position d'arbitre à tous les points clés de l'orientation et des examens, les mathématiques sont bien l'atout maître de toute stratégie de carrière, dont elles ouvrent la voie aux plus prestigieuses.

Si notre société — à travers son institution scolaire — a consacré les mathématiques comme clef de voûte de l'excellence, c'est qu'elles constituent, aujourd'hui, la trame de sa modernité, son mode d'expression privilégié et le pivot de ses valeurs positives.

B.— Les mathématiques de tous les jours

Voilà des siècles que nous parlons et écrivons le français, mais l'apparition de ces chiffres, qui nous sont désormais si familiers, est très récente :

- le numérotage des maisons de Paris ne date que du Premier Empire,
- le matricule des soldats, du 19^e siècle,
- le chéquier, du début du siècle,
- le numéro de sécurité sociale, de la dernière guerre.

Ces innombrables codes qui quadrillent notre vie quotidienne — codes d'entrée de maison, codes postaux, cartes de crédit, télex, minitel, etc — n'ont que quelques années d'existence.

Un signe des temps : aujourd'hui, on ne vous demande plus votre "*adresse*", mais vos "*coordonnées*".

Conséquence inéluctable de cette inflation irrésistible : par effet de vases communicants, la langage artificiel des chiffres (taux d'inflation, de croissance, d'intérêt, . . . , chiffres du chômage, du commerce extérieur, de la délinquance, . . . , états informatiques, statistiques de l'emploi, sondages, SME, . . .) a prix le pas sur le langage naturel des lettres (calligraphie, dissertation, rhétorique, latin, . . .).

Pour prendre conscience du rôle des chiffres dans la société moderne, imaginez, un instant, ce qui se passerait si tous les chiffres s'effaçaient soudain, sur les voitures, les maisons, les billets de banque, les cadrans téléphoniques, les relevés bancaires, les contrats, les bornes kilométriques, les thermomètres, les ordonnances médicales, les horloges, les calendriers, les comptabilités, les instruments de navigation, les bulletins de salaires, etc. . .

C.— Les mathématiques sources de puissance

Mais, constater l'omniprésence incontournable des chiffres ne suffit pas. Il faut également bien comprendre que les chiffres ne "*vivent*" jamais seuls et qu'ils ne sont que la partie visible de la logique mathématique qui les sous-tend.

Pour être efficaces et "*crédibles*", les chiffres ont besoin d'une infrastructure logique inspirée d'une méthode uniforme et régulière. Cette logique s'appelle mathématique.

Son règne absolu date de GALILÉE qui a donné le premier rôle à son langage : "*Le livre de nature est écrit en langue mathématique sans l'aide de laquelle il est impossible d'en comprendre un seul mot*".

MATHÉMATIQUES D'HIER À AUJOURD'HUI

Si notre époque a choisi le langage mathématique du “*livre de nature*”, c’est pour en tirer son pouvoir scientifique et son efficacité. Son programme : gouverner les nombres pour gouverner la nature.

La caractéristique la plus frappante de notre époque, c’est incontestablement la puissance immense qu’elle tient directement de la science. Mais la science, elle-même, tire sa force de la méthode millénaire des mathématiques.

C’est la confiance que les navigateurs des 15^e et 16^e siècles avaient dans leurs instruments de mesure (astrolabe, boussole, compas, ...) qui leur a donné le courage de s’aventurer sur les océans.

C’est cette même confiance qui a animé nos astronautes du 20^e siècle, assistés par l’ordinateur, dans leur conquête de l’espace.

La présence rassurante des instruments de mesure nous est tellement familière que nous n’avons plus conscience de leur rôle décisif.

Il est bien étonnant qu’à notre époque, où le pouvoir et l’omniprésence des chiffres sont si visibles, tant et tant de personnes se demandent toujours : “*À quoi diable les mathématiques peuvent-elles bien servir ?*”.

Réponse : **elles donnent du pouvoir.**

Pourquoi les banques, le fisc, les organisations militaires, les services de police, les multinationales, les puissances économiques et les Etats seraient-ils les premiers consommateurs d’informatique et d’ordinateurs, si l’immense puissance de calcul qu’ils leur procurent ne leur donnait pas un pouvoir à la mesure des sommes engagées ?

Au 18^e siècle, contrairement à ce qui se passe de nos jours, bien que la quantité de chiffres dans la société fût encore relativement discrète, le rôle des mathématiques était clairement avoué. Ainsi, en 1765, dans “*Institutions de géométrie*”, l’abbé de LA CHAPELLE constatait-il déjà, que les mathématiques sont “*la base de l’art militaire et de la politique, qui est toute de calcul*”.

Si la méthode mathématique confère un tel pouvoir, c’est que, science de la preuve, elle donne à l’esprit l’assurance et la boussole qui permettent toutes les grandes découvertes. N’a-t-elle pas fait la fortune et la gloire de tous ses adeptes ?

Depuis l’Antiquité, les plus grands esprits ont souligné son emprise intellectuelle : PYTHAGORE, PLATON, Roger BACON, GALILÉE, DESCARTES, PASCAL, LEIBNIZ, NEWTON, KANT, NAPOLÉON, Auguste COMTE, EINSTEIN, ...

C’est PASCAL qui formule le mieux le surcroît d’intelligence que confère la méthode mathématique : “*Entre esprits égaux et toutes choses pareilles, celui qui a de la géométrie l’emporte et acquiert une vigueur toute nouvelle*”.

C’est NAPOLÉON — le propre inventeur de l’Etat français moderne — qui proclame la puissance qu’elles donnent à l’Etat : “*L’avancement, le perfectionnement des mathématiques sont liés à la prospérité de l’Etat*”.

D'ailleurs (CNDP, 1990), les programmes scolaires annoncent bien que *“l'enseignement des mathématiques vise à développer le raisonnement et à cultiver chez l'élève les possibilités d'abstraction”*.

Cette faculté des mathématiques de multiplier l'intelligence — littéraire et scientifique — est une valeur sûre, reconnue de tous.

Au point où nous en sommes, le pouvoir intellectuel que confèrent les mathématiques laisse, déjà, entrevoir le rôle capital qu'elles jouent dans la construction de la personnalité intellectuelle des hommes comme dans celle des nations. Les mathématiques marquent, souvent, l'ascendant entre personnes, toujours entre nations, et cela à toutes les époques de l'histoire; aux puissances dominantes les écoles mathématiques les plus brillantes : françaises à l'époque de la révolution, américaines ou soviétiques aujourd'hui.

D.— La situation des mathématiques : un constat dramatique

Or, la situation actuelle des mathématiques, en France, est des plus paradoxales, puisque c'est au moment même où le défi techno-scientifique est le plus ambitieux que notre enseignement l'affronte dans les pires conditions de vulnérabilité, qualitatives et quantitatives :

- durant 25 ans, la proportion des bacheliers C n'a pas augmenté, tandis que le nombre total des bacheliers de l'enseignement général a été multiplié par trois;
- le nombre d'étudiants inscrits pour préparer le CAPES ou l'agrégation a diminué de moitié entre 1980 et 83. En dépit de l'augmentation constante et très forte des postes offerts au CAPES, les candidats sont de plus en plus rares;
- à chaque rentrée, l'éducation nationale doit recruter près de 3000 maîtres-auxiliaires;
- les étudiants en mathématiques sont de moins en moins nombreux à se diriger vers la recherche ...

Tout ceci compromet à terme le troisième rang mondial des mathématiques françaises.

E.— La racine du mal ...

Comment expliquer que nous en soyons arrivés là?

Nous subissons, aujourd'hui, le contrecoup de la réforme des *“mathématiques modernes”*, mises en place à partir de 1969. A cette époque, les plus éminentes personnalités du monde des sciences avaient protesté, soulignant que, si l'on s'était trompé, c'est toute une génération qui serait sacrifiée. Alfred KASTLER, prix Nobel de physique, affirmait alors que la réforme aurait des conséquences aussi graves que celles résultant du blocage des prix sur les loyers, après la guerre. A l'Académie des sciences, le mathématicien Jean LERAY portait un jugement sans appel sur les *“maths modernes”* : *“Les apprendre est un exercice de mémoire nocif à l'intelligence”*.

La racine du mal? On a rompu la chaîne d'évidences de la méthode d'EUCLIDE,

et, avec elle, la clé du raisonnement.

Coupé de ses sources, l'enseignement des mathématiques s'est dilué en chapelles et en courants. Paradoxalement, cette perte de substance s'est accompagnée d'un formalisme exacerbé, interdisant toute véritable compréhension et, partant, compromettant gravement l'avenir de la recherche.

Une véritable schizophrénie du sens et de la forme — correspondant à la séparation de plus en plus étanche des littéraires et des scientifiques — s'est alors installée. Et cette situation étrange nous a conduits à la production d'un système éducatif polarisé sur deux catégories limites d'élèves :

— d'un côté, des "*matheux*", véritables "*bêtes à concours*" capables de calculer et de résoudre en un tour de main les problèmes les plus sophistiqués, mais, généralement, inaptes à les comprendre en profondeur et à en expliquer le sens dans une langue à la fois convaincante et charpentée;

— de l'autre, les "*littéraires*", les mieux placés pour extraire "*la substantifique moelle*" des problèmes, mais bien incapables d'en poser la première équation.

Le premier groupe, grisé de ses succès faciles, en oublie de se poser la question du rapport au réel et du sens de l'activité mathématique.

Le second, repoussé par l'habillage rébarbatif d'une présentation axiomatique, renonce, sans combat, à s'initier à une discipline dont les bases sont pourtant indispensables au plein épanouissement intellectuel. Il croit qu'il faut, en mathématiques, un don qui lui manque.

F.— Un remède possible : les mathématiques chronologiques

Nous sommes tous convaincus des obligations et des privilèges qui sont, aujourd'hui, attachés à la connaissance des mathématiques. Mais sont-elles accessibles à tous ?

Certainement, si l'on tient compte du paradoxe suivant : il faut attendre l'âge de la puberté pour commencer à parler des rudiments du langage mathématique, alors qu'un bambin de deux ou trois ans à peine comprend déjà sa langue maternelle, infiniment plus riche et plus compliquée.

C'est que la seconde fait appel à la nature innée de l'intelligence, alors que la première demande l'apprentissage d'une discipline artificielle.

En soi, l'acquisition des mathématiques n'est pas une question d'intelligence mais de méthode. En fait, plongés dans une société toute imprégnée de culture mathématique, nous avons tous plus de connaissances qu'il n'en faudrait pour réussir dans cette discipline. Mais ce qui nous manque, pour y parvenir, c'est de savoir LIRE la surabondance d'informations exposées sous nos yeux, pour en comprendre le LANGAGE. C'est que personne n'a pris le temps de nous exposer cette discipline du regard qui permet, d'un seul coup d'œil, de rassembler en un tour de main les éléments apparemment les plus disparates, pour les ranger DANS LE BON ORDRE, en extraire le ressort mathématique et créer ainsi une FIGURE de

géométrie ou d'algèbre. Simple question de reconnaissance de formes et donc de vision.

La meilleure manière de savoir reconnaître une forme est de suivre sa gestation. D'où : *“suite d'évidences, les mathématiques doivent être apprises dans l'ordre dans lequel l'humanité les a découvertes”*.

En lisant l'histoire des mathématiques — dont le début est écrit dans une langue littéraire, et la fin en termes algébriques codés — on apprend insensiblement, sans effort particulier, à lire le langage mathématique dans sa course à l'abstraction.

“De quoi s'agit-il ?” avait coutume de demander le Maréchal FOCH.

Aussi, quoi de plus légitime, au début d'un cours, que de souhaiter s'en voir expliquer l'objet. Pourtant, en mathématiques, point d'explication. Dès le départ, le geste de l'enfant y est invité à précéder l'idée. Au début de la scolarité, on met les enfants au travail, à manipuler des cubes et des chiffres, sans la moindre justification. *“Ils sont bien trop jeunes”*, direz-vous. Certes, mais au fur et à mesure que nous grandissons, au fil des années, l'apprentissage des quatre opérations de base est progressivement remplacé par celui de l'arithmétique, la géométrie, l'algèbre et l'analyse. Et jamais le moindre effort ne sera tenté pour justifier la raison d'être des mathématiques : leur statut de discipline reine doit être tenu pour allant de soi, sans besoin d'être légitimé.

Pourtant, un jour ou l'autre, le prof de mathématiques se trouve soudain désarmé devant un élève, plus curieux ou plus entreprenant que les autres, qui lui pose une question toute bête : *“Mais, au fait, Monsieur, à quoi les mathématiques servent-elles ?”*. Question bien embarrassante pour notre professeur, qui ne risque pas de trouver dans son corrigé habituel la réponse. En effet, oh paradoxe ! feuillotez les manuels : les mathématiques sont habilitées à définir l'univers entier, mais se gardent bien de se définir elles-mêmes.

G.— Les mathématiques : redéfinition

L'histoire des mathématiques nous livre, pourtant, plusieurs définitions simples. Ainsi, dans l'Antiquité, les Grecs désignaient-ils sous le nom de mathématiques *“l'ensemble des sciences alors coordonnées”*, définition très éloignée de notre perception actuelle. Selon DESCARTES, on ne doit *“rapporter aux mathématiques que toutes les choses dans lesquelles on examine l'ordre ou la mesure”*. Pour d'ALEMBERT, c'est *“la sciences qui a pour objet les propriétés de la grandeur”*. De son côté, Auguste COMTE pense que le but des mathématiques est de *“déterminer les grandeurs les unes par les autres, d'après les relations précises qui existent entre elles”*. Quant à lui, TAINÉ considère que leur rôle est de préparer d'avance des moules que le physicien viendra plus tard remplir. Enfin, le Petit Robert définit les mathématiques comme *“l'ensemble des sciences qui a pour objet la quantité et l'ordre”*.

Quelle est donc l'âme unique des mathématiques ? Le besoin d'une définition claire, qui englobe toutes les autres, s'impose.

MATHÉMATIQUES D'HIER À AUJOURD'HUI

La définition des mathématiques comme la **science du calcul** répond à toutes les conditions souhaitées de :

- clarté : elle est immédiatement compréhensible;
- fond : elle manifeste que les mathématiques sont UNE méthode — une technique mentale — ;
- rigueur : elle satisfait le débutant sans rien retirer au spécialiste qui peut la traduire dans sa spécialité;
- puissance : elle permet de produire “*automatiquement*” toutes les définitions secondaires des différentes branches mathématiques :
 - l’astronomie, c’est le calcul des astres,
 - l’arithmétique, c’est le calcul des nombres entiers,
 - la géométrie, c’est le calcul des formes spatiales,
 - la mécanique, c’est le calcul du mouvement des objets,
 - l’analyse, c’est le calcul des grandeurs infiniment petites, ...
- ampleur : elle englobe toutes les autres définitions, même philosophiques. Notamment celle de BACHELARD : “*Les mathématiques sont la précision dans l’indéterminé*”, qui manifeste la précision du calcul applicable à n’importe quel objet, et implique que les mathématiques sont la voie royale pour toutes les sciences.

Pour comprendre toute la puissance des mathématiques, il faut, d’abord, en méditer l’emprise sur les objets matériels. Les progrès de la science en donnent la mesure. Ensuite, apprendre à transporter le calcul des choses au calcul des quantités et à tirer des concepts.

Il est, en effet, indispensable d’être pleinement conscient, au départ, qu’il y a deux grands niveaux de signification dans le mot calcul :

- le “*scientifique*”, qui va du calcul élémentaire de l’enfant qui compte ses billes à celui du savant qui transforme le monde;
- le “*littéraire*” : celui de l’écrivain qui fait son plan et dose son sujet, ..., du philosophe qui construit l’architecture de sa vision du monde à partir des mathématiques, “*pont jeté entre la métaphysique et la physique*” (KANT).

Toute l’initiation mathématique consistera à se rendre maître de ces deux hémisphères de calcul, scientifique et littéraire, occidental et oriental, et à progresser ainsi du calcul physique au calcul mental.