

# Du Hasard et de la Chance

Eugène EHRHART

Lauréat de l'Académie des Sciences

Cet article n'a pas été écrit spécialement pour les professeurs de mathématiques. Ils savent sans doute tout cela. Il a paru dans un magazine pour jeunes, dans l'intention de leur donner une notion simple de probabilité et de les mettre en garde contre les superstitions. Si nous reprenons ici textuellement cette note de vulgarisation scientifique, c'est que nous pensons vous distraire un peu, vous et votre famille.

---

## 1. Superstition et probabilité

Depuis l'Antiquité deux mentalités partagent les hommes : la mystique et la rationnelle. La première voit partout fatalité, présage, providence, intervention des dieux et autres forces occultes. La seconde cherche partout la loi, la causalité, la corrélation. Les augures romains tiraient des présages du chant et du vol des oiseaux, de l'appétit des poulets sacrés, des éclairs et de la foudre. Certains de nos contemporains se font dire l'avenir par l'astrologie, les cartes, le marc de café ou la boule de cristal. Par contre le scientifique évalue les chances par le calcul de probabilité et prédit les éclipses ou la marche future des planètes à l'aide d'équations. Le mystique cherche à s'attirer la faveur du destin en sacrifiant des animaux et même jadis des hommes. Il y a quelques siècles on brûlait encore des sorcières et de nos jours certaines sectes provoquent des suicides collectifs. L'homme rationnel moderne prépare l'action par l'analyse des données, l'information statistique et l'étude scientifique du hasard.

Ce n'est qu'au XVII<sup>e</sup> siècle avec PASCAL et FERMAT qu'est né le calcul de probabilité, la science de l'incertain, qu'on applique à présent dans de nombreux domaines et dont l'importance ne cesse de croître. Présentons d'abord à l'aide de deux exemples simples la notion élémentaire de probabilité. Soit une classe de 30 élèves, qui peut être mixte. Dans la liste des noms on en choisit un au hasard. Quelle chance a-t-on de désigner une fille? Si on ne connaît pas la composition de la classe, il n'y a pas de réponse. Par contre, si on sait qu'il n'y a aucune, dix ou trente filles, la probabilité en question est respectivement de 0, 1/3 ou 1. La probabilité d'un événement est donc le rapport du nombre de cas favorables au nombre de cas **également** possibles. Elle peut varier de 0 à 1, de l'impossibilité à la certitude. Le second exemple nous permettra de préciser la signification de la probabilité. Un jeune couple voudrait avoir trois enfants. Supposons que son vœu sera exaucé. Quelle est la probabilité que ces trois enfants soient des garçons? Après quelque réflexion on voit qu'il y a un cas favorable parmi 8 cas également possibles. La probabilité demandée est donc 1/8. Mais ceci appelle quelques commentaires.

D'abord nous avons admis dans notre calcul qu'à chaque fois la naissance d'un garçon ou d'une fille était également possible, hypothèse essentielle. Or ceci n'est pas rigoureusement exact, car depuis plus de cinquante ans en France le rapport des naissances masculines et féminines, constant au centième près, est légèrement supérieur à l'unité.

Ensuite la probabilité de  $1/8$  ne permet aucune prévision pour le couple particulier considéré. Par contre, on peut prédire avec une quasi-certitude que l'an prochain, comme dans dix ans, la proportion de familles à trois garçons parmi les familles à trois enfants sera en France, comme en Allemagne, très voisine de  $1/8$ . Ici joue **la loi des grands nombres**, capitale dans les applications du calcul de probabilité : pratiquement la fréquence réelle d'un événement se confond avec sa probabilité, si le nombre des épreuves est très élevé.

Enfin il convient de combattre le préjugé de la compensation, erreur répandue : les deux premiers nés ayant été des garçons, la probabilité pour que le troisième le soit aussi est quand même encore de un sur deux.

## 2. Science et probabilité

En génétique, l'étude du hasard fournit des résultats intéressants. On sait que les caractères physiques et psychiques d'un homme sont caractérisés par les 23 paires de chromosomes d'une cellule. Pour former les 23 paires de l'enfant, le hasard choisit un chromosome dans chacune des 46 paires parentales, ce qui fait  $2^{46}$  choix possibles, soit près d'un milliard de milliards. Tel est le nombre vertigineux de **types** d'enfants potentiellement possibles pour un couple donné. Chacun de nous représente donc une rarissime combinaison, chacun de nous doit son existence à un extraordinaire hasard. Autre évidence mal connue : deux frères peuvent avoir tous les couples chromosomiques pareils (c'est le cas de vrais jumeaux), mais aussi théoriquement aucun. Autrement dit leur vraie parenté se trouve quelque part sur une échelle d'une infinité d'échelons entre deux extrêmes : être identiques ou être complètement étrangers.

Le calcul de probabilité permet également d'établir, et donc de comprendre, les fameuses lois de l'hybridation végétale, animale ou humaine que le moine MENDEL trouva expérimentalement vers 1850. On montre par exemple qu'en croisant des souris grises et blanches de race pure, du fait que le caractère gris est dominant, à la première génération toutes les souris seront grises et à la seconde génération, en moyenne, une sur quatre sera blanche. Chez l'homme le caractère yeux bleus, yeux bruns, dont le second est dominant, se comporte de manière analogue.

Un fait qui frappe, trouble et trompe le novice est que l'action du hasard donne souvent l'illusion d'être guidée par une finalité intelligente. Ainsi au Palais de la Découverte à Paris, une machine à hasard fabrique une valeur approchée du classique nombre  $\pi = 3,14\dots$  Une autre machine à hasard, constituée par une simple planchette à clous sur lesquels on fait tomber de la grenaille, dessine automatiquement la célèbre courbe en cloche de GAUSS si importante en statistique. Les belles formes géométriques des cristaux de neige sont aussi dues

en dernier ressort au hasard.

Nous touchons ici à des questions profondes et fondamentales. L'étude du hasard a changé radicalement, surtout au cours de ce siècle, notre manière de regarder la nature, on peut même dire notre conception du monde. L'aboutissement extrême de ce courant de pensée est la théorie qu'expose Jacques MONOD, biologiste et prix Nobel, dans son magistral livre "Le hasard et la nécessité". Le sens de ce titre est explicité par une phrase, placée en exergue, de DEMOCRITE, philosophe grec du IV<sup>e</sup> siècle avant notre ère : "Tout ce qui existe dans l'univers est le fruit du hasard et de la nécessité". D'après cet ouvrage toute l'évolution du vivant, de la bactérie à l'homme résulte du hasard des mutations chromosomiques et de la pression de sélection exercée sur les foules animales par les contraintes variées du milieu. La mutation, nous apprend l'auteur, est essentiellement un hasard imprévisible, car "elle est un élément microscopique, quantique, auquel par conséquent s'applique le principe d'incertitudes". Et MONOD conclut : "L'homme sait désormais qu'il est seul dans l'immensité indifférente de l'univers d'où il a émergé par hasard".

Mais sans aller aussi loin, il est certain qu'aujourd'hui bien des lois physiques s'expliquent bien par le hasard. Prenons par exemple la loi, mystérieuse dans sa simplicité que MARIOTTE énonça vers 1650 : à température constante, le volume et la pression d'une masse gazeuse ont un produit constant. On démontre à présent qu'elle est un simple effet statistique, en observant que la pression résulte du nombre d'impacts moléculaires sur la paroi du récipient. La loi plus complète, qui tient aussi compte de la température du gaz, donc de la vitesse de ses molécules, peut de même être établie déductivement.

### 3. Décision et probabilité

Une décision à prendre dans n'importe quel domaine, politique ou militaire, au jeu ou à la bourse, dans l'industrie ou dans le commerce (les économistes parlent de "stratégie commerciale") dépend des renseignements dont on dispose (utilité des statistiques) et des chances qu'on en déduit (rôle du calcul de probabilité). C'est pourquoi, disions-nous, ce calcul a des applications nombreuses, en science fondamentale (physique, chimie, biologie, médecine), mais aussi en pratique. Dans les assurances par exemple, on calcule ainsi les primes, l'information étant fournie par des tables statistiques, de mortalité entre autres. Le calcul des chances intervient quotidiennement dans l'exploitation commerciale, politique, économique ou psychologique des enquêtes d'opinion. Il sert aussi dans les usines à obtenir un seuil de fiabilité de la fabrication par le contrôle d'un nombre convenable d'échantillons. Même en histoire on applique parfois certains résultats sur la probabilité des causes.

Une expérience simple montre pertinemment l'efficacité du calcul des chances. Il suffit de faire deviner aux personnes d'un groupe – élèves d'une classe, membres d'un cercle de bridge – la probabilité d'un événement qu'on a exactement calculée au préalable. Voici par exemple quelques questions-test pour ce jeu amusant et instructif (on suppose chaque fois qu'on opère au hasard et que les bases ne sont

pas truquées) :

1) On jette dix fois de suite une pièce d'argent.

Probabilité de n'obtenir que des faces : voisine de un millième.

2) On retire deux cartes d'un jeu normal de 32 cartes.

Probabilité que ce soit le couple roi et reine de cœur : une sur mille environ.

3) On jette deux dés.

Probabilité de faire 8 points : une chance sur sept à peu près.

4) Dans une urne il y a six boules identiques à la couleur près, 1 bleue, 2 blanches, 3 rouges. On en retire trois boules.

Probabilité que ce triplet soit tricolore : trois chances sur dix.

5) On découpe une carte postale rectangulaire, lisse du côté illustré, en quatre rectangles égaux.

Probabilité pour qu'un aveugle recompose l'image : sensiblement une chance sur deux cents (\*).

En calcul de probabilité aussi "le vrai peut quelquefois n'être pas vraisemblable". Ainsi, auriez-vous deviné que, dans un groupe de 50 personnes, deux d'entre elles ont leur anniversaire de naissance le même jour de l'année avec une probabilité voisine de la certitude (97 chances sur 100)? Auriez-vous pensé qu'en relevant les numéros minéralogiques des vingt premières voitures passant devant vous au péage d'une autoroute, il y ait 7 chances sur 8 que deux de ces numéros se terminent par le même nombre de deux chiffres?

Parfois on laisse décider le **hasard impartial**. Le débutant au tennis ou aux échecs, les partenaires aux concours de football, les lots aux loteries ou aux casinos sont choisis "au hasard".

#### 4. Destin et probabilité

Pour finir, indiquons encore un avantage appréciable de l'étude de l'aléatoire : elle développe l'esprit critique. Revenons un instant aux superstitions. Si vous gagnez à la Loterie Nationale, ce n'est pas parce que vous êtes né sous une bonne étoile, mais parce que par hasard votre billet était le bon. Le raisonnement "pourquoi pas toi" des affiches trompeuses est stupide. Si dans un sac il y a un million de petites billes pareilles bien mélangées, dont une seule est rouge, parieriez-vous de la tirer à l'aveuglette?

Il n'y a pas de doute que certaines personnes réussissent dans leurs entreprises plus souvent que d'autres. Leur "chance" n'a rien à voir avec les dieux ni avec les planètes ou les étoiles. C'est simplement qu'elles ont des qualités – héritées ou acquises – physiques, intellectuelles ou morales plus nombreuses et plus vigoureuses. "En sciences la chance ne favorise que les esprits préparés" affirmait PASTEUR (et il donnait à ses étudiants ce conseil : "ayez le culte de l'esprit critique, sans lui tout est caduc"). Et NAPOLÉON disait : "n'employez que des gens heureux".

---

(\*) Pour ceux qui aiment la précision, voici les valeurs exactes des cinq probabilités précédentes :  $1/1024$ ,  $1/992$ ,  $5/36$ ,  $3/10$ ,  $1/196$ .