

PROBLEMES DE MISE EN EQUATIONS :
CES CHARADES DONT LA SOLUTION EST UN SYSTEME
D'EQUATIONS A DEUX INCONNUES

Brochure du groupe math - français de l'IREM de Strasbourg :
Isabelle Beck, Nicole Cordier, Geneviève Didierjean, Claire Dupuis, Raymond Duval,
Marie - Agnès Egret, Daniel Kremer, Gilles Robert, Michèle Vaillant, Brigitte Wenner,
Ghislaine Werguet, Michèle Ziegler.

Depuis quelques années, à l'I.R.E.M. de Strasbourg, un groupe composé de professeurs de mathématiques et de français a pris l'habitude de se réunir pour mieux comprendre les démarches communes aux deux disciplines, en particulier dans la lecture et le raisonnement. La présente brochure est issue de ce travail de réflexion. Cette brochure écrite par des personnes qui enseignent pour la plupart en collège ou en lycée, s'adresse aux collègues du secondaire, en particulier aux enseignants de troisième ou seconde. Nous avons donc volontairement restreint notre recherche à des problèmes de mise en équations conduisant à des systèmes linéaires à **deux inconnues**. Nous proposons une nouvelle approche d'apprentissage de résolution de ce type de problèmes.

Dans une première partie (chap. I), nous procédons à un état des lieux dans les manuels scolaires et les brochures sur ce thème. On y voit proposé un plan de travail le plus souvent en quatre étapes :

1. Choix des inconnues.
2. Mise en équations (ou en équation) des données du problème.
3. Résolution du système d'équations (ou de l'équation) par les techniques habituelles.
4. Conclusion.

Ce plan de travail est toujours présenté à travers un ou deux exemples de résolution d'un problème particulier. Nous voyons apparaître cinq démarches différentes :

- utiliser des énoncés sans difficultés,
- proposer une liste de questions pour guider l'élève,
- substituer à l'énoncé une représentation figurale de la situation,
- donner un tableau totalement ou partiellement rempli,
- donner une esquisse de la résolution du problème.

Ce sont ces cinq démarches que nous avons analysées brièvement en nous attachant aux traitements proposés pour les deux premières, c'est-à-dire à ce qui recouvre le passage de l'énoncé du problème à l'écriture du système d'équations. Cela nous a permis ensuite de nous interroger sur la pertinence des méthodes de résolution classiquement proposées et, plus particulièrement, de poser la question : où est le problème dans les problèmes de mise en équations (chap. II et III) ?

Une deuxième partie est consacrée à l'analyse de la tâche cognitive que constitue le passage de l'énoncé à l'écriture du système. Pour dégager toutes les opérations, explicites ou implicites, que l'on effectue quand on passe d'un énoncé à l'écriture d'un système, nous avons dû prendre en compte non pas des exemples de problèmes mais déterminer un ensemble d'énoncés de problèmes possibles. Car d'un énoncé à un autre, il peut y avoir des variations qui vont modifier radicalement la complexité de la tâche. Nous avons

également pris en compte un autre passage : c'est ce passage que nous avons appelé «la présentation complète» d'une situation extra-mathématique. L'examen de ces passages nous a permis de voir que la résolution des problèmes de mise en équations mobilise des opérations discursives de désignation d'objet et d'expressions de relations, à l'aide de mots comme à l'aide de symboles. Ces opérations sont beaucoup plus fines que celles habituellement mobilisées dans la lecture courante d'un texte ou dans la manipulation calculatoire d'équations. Et nous touchons là quelque chose d'essentiel pour l'apprentissage des mathématiques. Car cette mobilisation des opérations discursives de désignation d'objets n'a pas seulement un intérêt pour la résolution des problèmes de mise en équations, elle est également requise pour que l'introduction des écritures littérales ou que l'exigence d'un langage précis aient un sens aux yeux des élèves.

L'analyse du passage de l'énoncé à l'écriture du système d'équations a porté sur deux points :

- l'identification des quantités inconnues décrites ou désignées dans l'énoncé et la conversion de leur expression linguistique en une expression algébrique,
- l'identification des expressions correspondant aux relations d'égalité dans l'écriture des équations.

Il s'agit là de deux opérations totalement indépendantes l'une de l'autre. Les difficultés auxquelles elles peuvent donner lieu ne sont pas de même nature car elles ne relèvent pas des mêmes fonctions discursives.

Suite à cette analyse, une méthodologie d'enseignement est proposée. Son but est que les élèves s'approprient une procédure pour interroger le texte de façon à :

- en extraire toutes les informations présentées
- les organiser selon une disposition immédiatement transposable en l'écriture d'un système d'équations.

Matériellement, il s'agit du passage de la présentation séquentielle à la présentation sous une forme tabulaire. *Il ne s'agit donc pas, comme certains lecteurs pressés pourraient être tentés de le croire, de donner un tableau déjà construit, ou de dire ce qu'il faudrait mettre pour compléter un tableau.* Il s'agit d'apprendre à construire une grille de questions pour lesquelles les réponses se croisent deux à deux. Cela veut dire que les données de l'énoncé doivent être regardées sous deux aspects sémantiques différents. Cette procédure précède le choix des inconnues. Et c'est à ce stade que se fait la réelle compréhension de la mise en équations. Nous présentons une séquence d'apprentissage en classe de troisième et une autre en classe de seconde (chap. IV).

Il y a deux lectures possibles de cette brochure. Un lecteur qui ne voudrait que du concret et que de l'immédiatement utilisable demain matin à huit heures dans sa classe pourrait donc se contenter du chapitre I et du chapitre IV. Le chapitre I lui évitera de parcourir plusieurs manuels. Nous l'avons fait pour lui. Et nous avons même constitué un échantillon représentatif de 35 problèmes tirés de différents manuels de Collège et de Lycée. Le chapitre IV a la forme d'une fiche de travail, non pour les élèves, mais pour l'enseignant.

Mais s'en tenir à ces deux chapitres et ou se contenter de vouloir simplement reproduire une séquence décrite serait s'exposer à des risques de contresens didactiques graves et à aller à la rencontre d'une certaine déception quant aux résultats. Car dès qu'il s'agit de faire entrer les élèves dans une démarche, et non pas seulement de leur faire reproduire

PROBLEMES DE MISE EN EQUATIONS

une technique dont les étapes sont bien décomposées, il ne suffit pas de savoir quelles activités leur faire faire, il faut surtout avoir soi-même compris pourquoi ces activités sont choisies et quelles réactions elles peuvent provoquer. Les «bonnes» activités, c'est-à-dire celles qui peuvent aider à prendre conscience du sens et de la complexité d'une démarche, présentent généralement trois caractéristiques :

- elles sont choisies en fonction d'un modèle du fonctionnement cognitif impliqué pour l'accomplissement de la tâche mathématique demandée,
- elles offrent des prises aux initiatives des élèves, même faibles,
- elles ne conduisent pas immédiatement à des réussites mais font apparaître des questions ou des difficultés qui n'avaient alors été soupçonnées ni par l'enseignant ni par les élèves eux-mêmes.

C'est évidemment la troisième caractéristique qui est la plus intéressante et la plus féconde pour progresser. Elle suppose que l'enseignant puisse interpréter les productions de ses élèves, jamais complètement semblables d'une classe à une autre ou d'un groupe d'élèves à un autre, en fonction de ce qu'implique la tâche, et qu'il régule en conséquence la présentation des différentes activités composant une séquence d'apprentissage. C'est pourquoi la lecture des chapitres II et III est essentielle. On pourrait même dire qu'elle dispense de la lecture des chapitres I et IV !

Brochure en vente à la Bibliothèque de l'I.R.E.M. : 30 F + 10 F de frais de port.
Prière d'établir votre chèque à l'ordre de M. l'Agent Comptable de l'U.L.P. - pour
l'I.R.E.M.