

Tours de cartes avec mélanges réguliers

Dominique DUMONT

Première partie : recettes de tours

Dans ce premier article, on propose des recettes pour faire des tours de cartes peu connus, basés sur les mélanges réguliers de certains paquets. Dans un second article, on donnera des démonstrations mathématiques de ces tours. Entre-temps, une conférence sera donnée avec “démonstration” des tours, dans les deux sens de ce mot.

On se munit d’un jeu de 52 cartes et on en retire les rois. On répartit le jeu en ses quatre *couleurs*, qui comportent donc chacune 12 cartes, celles-ci ayant pour *valeurs* les nombres entiers de 1 à 12, en convenant que le valet vaut 11 et la dame 12.

Dans un paquet de 12 cartes les cartes sont toujours faces contre table, et la *position* d’une carte est alors son rang dans le paquet en comptant à partir du dessus.

Le *k*-*mélange régulier* d’un paquet, *k* désignant un diviseur de 12, s’opère de la manière suivante :

- on forme d’abord *k* piles comme suit : on pose faces contre table, de gauche à droite, les *k* premières cartes, puis, sur elles, toujours de gauche à droite, les *k* suivantes, et ainsi de suite jusqu’à épuisement du paquet ;
- puis on ramasse les piles, de gauche à droite, la première au-dessus de la seconde, puis les deux premières au-dessus de la troisième etc. jusqu’au ramassage de la dernière pile.

Premier tour : trois paquets qui vont ensemble

Le présentateur a rangé préalablement les piques dans un paquet de la manière suivante (de haut en bas, donc, faces non visibles) :

1, 7, 9, 10, 8, 11, 2, 5, 3, 4, 6, 12.

Il a rangé les coeurs comme suit :

1, 6, 9, 10, 5, 2, 11, 8, 3, 4, 7, 12.

Il a rangé enfin les carreaux comme suit (et de même, les trèfles) :

1, 11, 3, 4, 8, 7, 6, 5, 9, 10, 2, 12.

Le présentateur confie chacun des trois premiers paquets à un spectateur différent, gardant pour lui les trèfles. Les spectateurs seront chargés tant de vérifier par la

suite les valeurs et positions des cartes quand on les annoncera que d'opérer les mélanges réguliers de manière scrupuleuse.

1°) Le présentateur fait d'abord constater que chaque paquet est *autoréciproque* (positions et valeurs sont en permutation involutive), ce qui permet de trouver la position d'une carte de valeur donnée.

Exemple.— Où se trouve le 6? On regarde la carte en sixième position, et sa valeur (qui est 11 dans les piques, 2 dans les coeurs, 7 dans les carreaux) donne dans chaque cas la position du 6 dans le paquet considéré.

2°) Le présentateur fait ensuite observer qu'on peut trouver la valeur d'une carte dans un paquet quelconque par consultation des deux autres paquets, en "composant" dans l'ordre qu'on veut.

Exemple.— Quelle est la valeur de la carte en deuxième position dans les piques? Cherchons la deuxième carte chez les coeurs : c'est le 6; cherchons alors la sixième carte chez les carreaux, c'est le 7. Par conséquent, c'est le 7 qui se trouve en deuxième position dans les piques.

3°) Le présentateur fait faire un mélange régulier quelconque (avec $k = 2, 3, 4$ ou 6) sur les piques. On constate alors que le paquet de piques reste auto-réciproque. On fait encore plusieurs mélanges : le paquet reste toujours auto-réciproque.

4°) Le présentateur fait faire un 3-mélange sur les coeurs, ce qui conduit au paquet

4, 11, 10, 1, 7, 8, 5, 6, 12, 3, 2, 9

qui est, comme on s'y attend, auto-réciproque. Puis il fait faire un 2-mélange, et on obtient :

2, 12, 5, 7, 10, 4, 9, 3, 6, 8, 1, 11

qui est un paquet, ô surprise, *antiréciproque*, car l'as n'est pas en deuxième position à partir du haut du paquet, mais à partir du *bas* du paquet et, de même, le 3 est en cinquième position à partir du bas du paquet!

On s'aperçoit alors que si un 3-mélange ou un 4-mélange n'affecte pas l'auto ou l'antiréciprocité, en revanche un 2-mélange ou un 6-mélange fait passer de l'auto à l'anti et réciproquement.

5°) Rappelons qu'au départ les paquets de carreaux et de trèfles sont identiques, et réciproques l'un de l'autre (puisqu'auto-réciproques). Le présentateur demande au spectateur de faire un mélange régulier sur les carreaux. Supposons que celui-ci choisisse un 2-mélange, ce qui conduit à

2, 9, 6, 8, 3, 1, 12, 10, 5, 7, 4, 11.

Le présentateur fait alors un 6-mélange sur les trèfles, ce qui donne

6, 1, 5, 11, 9, 3, 10, 4, 2, 8, 12, 7,

qui est bien le paquet réciproque des carreaux.

Et si le spectateur choisit un 3–mélange sur les carreaux, que fera le présentateur ? un 4–mélange sur les trèfles ? non, ce serait trop simple... À un 3–mélange sur les carreaux le présentateur répliquera par deux 2–mélanges successifs sur les trèfles, et à un 4–mélange sur les carreaux le présentateur rétorquera par deux 4–mélanges sur les trèfles pour, à chaque fois, rétablir la réciprocity carreaux-trèfles.

Deuxième tour : un mélange par ici, une coupe par là

Le présentateur présente un paquet de piques rangé dans l'ordre normal 1, 2, 3, ..., 11, 12, qu'il garde en main, et un paquet de coeurs rangé dans l'ordre inverse 12, 11, ..., 3, 2, 1, qu'il pose sur la table.

Puis il procède comme suit :

- étape 1 : il pose la première carte du paquet de piques (l'as) face contre table, puis il prend la première carte du paquet de coeur (la dame) et la pose sur le paquet de piques, puis il fait un 2–mélange du paquet obtenu et le reprend en main.

- étape 2 : il pose la première carte du paquet en main (le valet de pique) sur l'as de pique (sur la table), puis il prend la carte suivante du paquet de coeur (le valet de coeur) et la pose sur le paquet qu'il a en main, il fait à nouveau un 2–mélange et reprend le paquet en main.

Et ainsi de suite. Le présentateur fait observer à l'assistance qu'au début de chaque étape c'est toujours un pique qu'il dépose sur le paquet en formation sur la table (en dépit du fait qu'il a en main un paquet comportant des cartes des deux couleurs). La douzième étape s'achève elle aussi sur un 2–mélange. Le paquet de coeurs est alors le suivant :

12, 5, 8, 10, 9, 1, 7, 3, 4, 2, 11, 6,

tandis que sur la table, le paquet de piques est

6, 10, 8, 9, 2, 12, 7, 3, 5, 4, 11, 1.

Le présentateur fait constater la réciprocity des deux paquets.

Puis il confie le paquet de coeurs à un spectateur et lui demande de faire un k –mélange. Pour rétablir la réciprocity des deux paquets, il lui suffit alors d'opérer discrètement une coupe sur le paquet de piques.

Cette règle restera vraie pour les paquets transformés, on pourra à nouveau mélanger les coeurs et couper les piques.

Voici la règle précise :

- à un 2–mélange des coeurs correspond une coupe d'une carte des piques (la première carte passe en dernière position) ;

- à un 3–mélange des coeurs correspond une coupe de 10 cartes des piques (les deux dernières cartes passent au-dessus du paquet) ;

- à un 4–mélange des coeurs correspond une coupe de 8 cartes des piques ;

- à un 6–mélange des coeurs correspond une coupe de 5 cartes des piques.

Tours de cartes avec mélanges réguliers

Par exemple, un 6–mélange du paquet de coeurs donne le paquet :

7, 12, 3, 5, 4, 8, 210, 11, 9, 6, 1

et une coupe de 5 cartes à pique donne le paquet

12, 7, 3, 5, 4, 11, 1, 6, 10, 8, 9, 2,

qui est réciproque du paquet de coeurs.

Troisième tour : on mélange et on devine

Le présentateur part d'un paquet de piques rangé dans l'ordre normal 1, 2, 3, ..., 11, 12, et il opère sur ce paquet un certain nombre de k –mélanges, pour des valeurs de k choisies arbitrairement par les spectateurs.

A l'issue d'une étape quelconque, le présentateur est toujours en mesure de répondre aux questions des spectateurs :

- “Quelle est la valeur de la carte située en position x ?”
- “Quelle est la position de la carte de valeur y ?”

Le présentateur peut répondre rapidement parce qu'il n'a qu'un petit calcul mental à faire, un calcul mental qui ne requiert qu'un peu d'entraînement et aucunement des qualités de calculateur prodige.

En quoi consiste ce calcul mental ? En trouvant la réponse à cette question, non seulement vous saurez réaliser ce troisième tour, mais vous serez sur la piste qui conduit à la compréhension des mécanismes des deux premiers.

Les réponses à ces questions seront données au cours de la conférence de “démonstrations” et dans notre prochain article.