Éditorial

Mathématiques et musique : algèbre et géométrie

Depuis plusieurs années, nous développons à Strasbourg un travail important sur l'alliage Mathématiques-Musique, à travers des conférences, des rencontres et des séminaires réguliers, et à travers des cours proposés aux étudiants de l'UFR de Mathématiques et Informatique et à ceux de l'UFR de Sciences Physiques de l'Université Louis Pasteur, ainsi qu'à ceux du Département de Musicologie de l'Université Marc Bloch.

Le présent volume de l'*Ouvert* paraît un an après la deuxième "Rencontre Mathématiques-Musique" que j'ai co-organisée avec Xavier Hascher à l'Institut de Recherche Mathématique Avancée de Strasbourg en décembre 2005. Il réunit les textes des conférences qui y ont été présentées, et il témoigne encore une fois de la diversité des points de vue sur ce vaste sujet.

L'algèbre et la géométrie peuvent être utilisées dans la composition, dans l'analyse, et dans la théorie musicale. Il est toujours bon de voir comment les mathématiques peuvent servir la musique.

Il est peut-être utile de rappeler ici que plusieurs compositeurs importants, en particulier parmi ceux du vingtième siècle, ont utilisé des structures mathématiques (algébriques ou géométriques) comme base de leurs compositions. Certains de ces compositeurs, comme Olivier Messiaen, Yannis Xenakis et Pierre Boulez (pour en citer trois des plus connus), ont explicité dans des écrits théoriques les structures mathématiques dont ils se sont servis. D'autres ne l'ont pas fait (il suffit de penser à Arnold Schoenberg, qui au début de ses compositions basées sur les séries ne révélait ses méthodes qu'à un très petit cercle d'initiés). Le travail de l'analyste musical consiste alors à chercher ces structures et à les mettre en valeur.

On trouvera dans les textes qui suivent certaines méthodes de composition ou d'analyse, ou encore des façons de raconter le phénomène musical qui sont basées sur des structures mathématiques. Les deux premiers articles (ceux de Hascher et de Weiss) ont un caractère algébrique, et les trois autres (ceux de Jedrzejewski, d' Andreatta et le mien) ont un caractère plus géométrique.

Xavier Hascher introduit dans son article un nouveau modèle mathématique pour l'étude des accords, dans lequel interviennent les notions d'accord *régulier* et d'accord *semi-régulier*. L'accord est analysé en termes de la structure arithmétique des intervalles qui le définissent. La nature musicale de ces structures arithmétiques, qui fait que l'on s'intéresse à certaines de leurs symétries particulières, conduit à des questions intéressantes sur les approximations de nombres réels par d'autres. Cette étude constitue aussi pour nous une illustration du langage et des techniques d'analyse utilisés aujourd'hui par les théoriciens de la musique.

Nicolas Weiss, dans son article, décrit la structure algébrique des blocs sonores. Ces blocs sont équipés de lois de composition qui les munissent d'une structure de semi-anneau. La notion de bloc sonore a été introduite par Pierre Boulez, d'abord comme procédé théorique, et ensuite comme principe compositionnel. L'article de Weiss montre que les blocs sonores peuvent aussi être étudiés comme exemples d'objets intéressants, de nature purement algébrique.

Franck JEDRZEJEWSKI présente dans son article plusieurs applications de la théorie des nœuds au domaine musical. L'étude des mots (au sens mathématique de langage symbolique) associés aux diagrammes des nœuds remonte à GAUSS, et il est agréable de voir pour la première fois cette étude appliquée à la théorie de la musique (classification des accords, *etc.* .) et à la recherche topologique dans l'analyse musicale. Ceci est une occasion de signaler que Franck JEDRZEJEWSKI, chercheur au CEA à Saclay, a soutenu récemment une Habilitation à Diriger les Recherches en musicologie, à l'Université Marc Bloch de Strasbourg, dont une partie traite de l'application de la théorie des nœuds au domaine musical.

L'article de Moreno ANDREATTA concerne les canons rythmiques. Les canons rythmiques ont été mis en valeur principalement par Olivier MESSIAEN, qui les a étudiés du point de vue théorique, et qui les a largement utilisés dans ses compositions. Ils sont en un certain sens plus abstraits que les canons mélodiques que tout le monde connaît. La notion de canon, en musique, peut être mise en parallèle avec la théorie mathématique des pavages. Dans cet article, ANDREATTA établit une relation entre les canons rythmiques et une conjecture de MINKOWSKI sur l'approximation des nombres réels par des rationnels, conjecture qui peut aussi être formulée en termes de pavages de l'espace de dimension n par des cubes unité.

Enfin, dans mon article, on retrouve les pavages, sous une forme plus classique, comme pavages des surfaces par des polygones réguliers. J'expose dans cet article des idées inspirées de l'œuvre de KEPLER, qui combine mathématique et musique. La théorie des pavages des surfaces, de même que celle de la construction des polygones réguliers à la règle et au compas, est mise en relation avec la théorie de la consonance. On voit en particulier dans cet article que des questions sur la consonance, étalées sur une période de 2500 ans, ont été abordées, sous des formes équivalentes, par des mathématiciens et des musicologues.

Les auteurs des quatre premiers articles ont inclus, à la fin de leur article, un lexique des mots techniques utilisés, destiné à un lecteur mathématicien, pour que l'article soit plus compréhensible aux lecteurs de l'*Ouvert*. Nous les remercions pour cela, et pour le reste, et je remercie Pierre JEHEL pour ses remarques utiles après sa lecture des textes de ce volume.

Athanase PAPADOPOULOS
Le 26 février 2007