



Revue internationale de didactique des mathématiques

IREM de Strasbourg  
Université de Strasbourg

## **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives Special Issue**

### **Teaching and learning of calculus: duality of the transition between secondary and tertiary education**

Call for extended abstracts

#### **Focus and rationale**

Calculus education (calculus understood in the inclusive sense of Pinto and Cooper (2022) as "*the study of continuous changes in the context of real numbers*") remains a challenging issue and a productive research theme for mathematics education research, as evidenced for instance by a series of special issues in journals (including ZDM, 2021; Teaching Mathematics and its Applications, 2022; International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 2022). Over the last decades, much of this research has been devoted to the topic of transition between secondary and tertiary education and has played an important role in enriching calculus education knowledge. Recently, claims have been made for reducing the dichotomous view of this transition as continuous or discontinuous, suggesting rather that the transition is neither one nor the other but both (Gueudet et al., 2016). The focus of transition research lies largely on the investigation of the several kinds of changes experienced by students when transitioning from secondary to tertiary calculus (for instance changes related to cognitive demands, institutional and instructional requirements, teachers' knowledge, classroom practices, etc.). While the study of these changes lies at the crossroads of several perspectives, proposals for how best to account for both differences and similarities are less common. A key approach is to build the study on an entirely new vision of the transition as a dual phenomenon, and imagine it as a space not only for examining convergence and divergence, but rather conditions for smooth passage between secondary and tertiary education.

Prior research on calculus transition offers significant insights into conceptual changes and cognitive requirements in reasoning, proving and defining (Gueudet et al., 2008; Bressoud et al., 2016; Biza et al., 2016). In particular, these studies have emphasised students' difficulties with the transition from informal to formal calculus in the context of an Archimedean continuum. In recent years, there has been an increasing awareness of infinitesimals and the necessity of re-examining their role in the cognitive process of learning calculus (Ely, 2017; Ellis et al., 2018; Thompson and Ashbrook, 2019). In view of the crucial role of the continuum in calculus, the implication of such studies on the transition needs substantial investigation: To what extent can we draw on the infinitesimals-enriched-continuum ideas to investigate calculus transition phenomena? To what extent are issues related to the move from infinitesimals to limit – and vice versa – critical in the transition?

Design research that takes into account the learning expectations at both levels of the transition is still a topic of interest (Gonzales et al., 2014; Winslow et al., 2014; Nührenbörger et al., 2016). Among these studies, those who focus on the usefulness and efficiency of technological tools for learning calculus (Monaghan et al., 2019) do not stress the role of

these tools for investigating transition phenomena: Beyond visualization, how helpful is the use of technological tools in calculus transition? Moreover, assuming that intervention studies have the potential to increase the quality of teachers' practices and thus to enhance students' learning, gathering evidence for positive effects of design research on teachers' knowledge and practices, at either end of the calculus transition, remains challenging (Artigue, 2017). Accordingly, in the case of calculus transition, key questions should address how teachers at both levels understand common calculus notions and how they can be taught, and who should play what role in facilitating the passage and in connecting secondary and tertiary calculus. For instance, how to engage teachers at both levels in dialogue that aims to help students cope with changes? Given that the few researchers studying this issue have mainly focused on teachers' pedagogical knowledge and characteristics highlighting similarities and differences, more studies are needed that explore conditions and constraints of such a dialogue: What are the meanings given, by the teachers at both levels, to the foundational calculus notions (Thompson, 2016)? To what extent are these meanings partially overlapping and to what extent are they distinct? To what extent is formal calculus necessary for secondary education teachers (Weber et al., 2020; Pinto and Cooper, 2022)? What are the processes that impact on the dynamics of teachers' knowledge (Hwang and Cho, 2022) in calculus transition?

In this special issue, we invite researchers to contribute in emphasizing the dual nature of calculus transition. Studies related to teachers' practices and knowledge on both sides of the transition are appreciated.

### **L'enseignement de l'analyse : dualité du phénomène de transition lycée-université**

L'enseignement de l'analyse demeure un sujet d'actualité pour les chercheurs en didactique et continue d'alimenter une série de numéros spéciaux de revues internationales dont *ZDM* (2021), *Teaching Mathematics and its Application* (2022) et *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education* (2022). Les travaux sur la transition lycée-université occupent de plus en plus de place dans ce paysage thématique et montrent une productivité scientifique dans le champ de la didactique de l'analyse qui dépasse les seuls résultats spécifiques à la transition. Récemment, des revendications appelant à réduire la vision dichotomique de la transition, entre phénomène continu et phénomène discontinu, suggèrent que la transition n'est ni l'un ni l'autre mais les deux en même temps (Gueudet et al., 2016). Abordée en tant qu'un changement d'environnement didactique, la transition lycée-université est au carrefour de plusieurs objets de la recherche en didactique. L'étude de ces changements, en tenant compte de la nature duale de la transition, permet d'éclairer non seulement les différences et les similarités mais surtout les ponts, souvent rendus opaques, qui permettent de créer les conditions bâtitrices du passage entre le lycée et l'université.

Les exigences cognitives qui accompagnent ce changement ont constitué un objet de recherche majeur des travaux sur la transition. Les aspects épistémologiques qui nourrissent ces travaux sont généralement fondés sur le continuum archimédien, et ciblent particulièrement des différences dans la pratique des activités de raisonnement, de preuve et de définition (Gueudet et al., 2008 ; Bressoud et al., 2016 ; Biza et al., 2016). Durant la dernière décennie, des recherches sur l'apprentissage de notions spécifiques de l'analyse telles que la différentielle et l'intégrale ont, néanmoins, mis en évidence la nécessité de réinterroger la place et le rôle de l'infinitésimal, notion fondatrice du continuum non archimédien, dans le processus cognitif que génère cet apprentissage (Ely, 2017 ; Ellis et al., 2018). Même s'ils ne visent pas explicitement la transition lycée/université, les résultats de ces études témoignent de la nécessité de discuter, au sein même de cette transition, des possibilités que peuvent offrir les situations d'apprentissage qui pointent le passage des infinitésimaux à la limite voire

réciroquement (Thompson et Ashbrook, 2019 ; Ely, 2021) : Dans quelles mesures, l'appui sur une vision infinitésimale du continu en analyse réelle permet-il d'investiguer la transition ? Dans quelles mesures les questions relatives à une dialectique infinitésimal/limite sont-elles, ou pas, cruciales dans la transition ?

La conception de situations d'apprentissage prenant en compte les attentes des deux ordres d'enseignement a également fait l'objet de plusieurs recherches dans la transition lycée/université (Gonzales et al., 2014 ; Winslow et al., 2014 ; Nührenbörger et al., 2016). Par ailleurs, celles qui mettent en œuvre l'outil technologique qui, en plus d'être utile et performant pour l'analyse, est un élément important de la transition, sont rares (Monaghan et al., 2019) : Au-delà du seul intérêt de la visualisation, en quoi et comment l'outil technologique permettrait-il de fluidifier le passage, en analyse, entre les deux ordres d'enseignement ? De plus, la preuve de la concrétisation de situations mises en place n'est pas suffisamment convaincante principalement parce que le partage des responsabilités des professeurs des deux ordres d'enseignement et leur rôle dans cette conception sont sous-estimés, y compris quand la méthodologie utilisée est d'emblée développementale (i.e. implique les professeurs dans toutes les étapes de la conception) (Artigue, 2017). Ce constat conduit à discuter l'intérêt de penser ces situations à la lumière d'un dialogue entre les professeurs des deux ordres d'enseignement impliquant les enseignements relatifs aux notions communes de l'analyse. Les rares études de ce type se sont principalement concentrées sur les connaissances pédagogiques et les caractéristiques des professeurs des deux côtés de la transition, mettant en évidence des similitudes et des différences. D'autres études didactiques sont nécessaires pour rendre compte de la dualité, de l'analyse dans la transition, et de sa pertinence à investiguer les questions de la transition telles que : Quelles sont les significations données, par les professeurs des deux côtés de la transition, aux notions fondatrices de l'analyse (Thompson, 2016) ? Dans quelles mesures ces significations sont-elles partiellement chevauchantes ? Les connaissances mathématiques 'universitaires' du professeur du lycée peuvent-elles constituer des opportunités pour la préparation en analyse de futurs néo entrants à l'université (Weber et al., 2020 ; Pinto and Cooper, 2022) ? Peut-on parier sur une dynamique des connaissances des professeurs (Hwang et Cho, 2022) dans les deux ordres d'enseignement et leur adaptation aux besoins de la transition ?

Dans ce numéro spécial, nous invitons les chercheurs en didactique des mathématiques à contribuer par leurs travaux dans le champ de la transition lycée-université en analyse en mettant explicitement l'accent sur la nature duale de cette transition. Les travaux spécifiques à l'enseignement et aux responsabilités des professeurs des deux côtés de la transition sont appréciés.

#### **Guest editors**

Imène Ghedamsi (University of Tunis, Tunisia/CY Cergy Paris University, France),

[imene.ghedamsi-lecorre@cyu.fr](mailto:imene.ghedamsi-lecorre@cyu.fr)

Thomas Lecorre (CY Cergy Paris University, France), [thomas.lecorre@cyu.fr](mailto:thomas.lecorre@cyu.fr)

Olov Viirman (Uppsala University, Sweden), [olov.viirman@edu.uu.se](mailto:olov.viirman@edu.uu.se)

## **Selection criteria**

We look for Extended Abstracts that will produce papers meeting ADSC's criteria, as at <https://mathinfo.unistra.fr/irem/publications/adsc/Annales-de-didactique-et-de-sciences-cognitives-english/> or <https://mathinfo.unistra.fr/irem/publications/adsc/>, and make a solid contribution to the discussion around the above issues <https://journals.openedition.org/adsc/>.

### **Timeline**

Extended abstract submissions: February 28, 2023  
Invitations for full papers: Mars 28, 2023  
Full paper submissions: July 30, 2023  
Publication: February to June, 2024

### **Length and Languages**

Extended Abstract length: 1,000 words (excluding references)  
Full paper length: up to 8,000 words (excluding references)  
Language: English or French

### **How to submit your Extended Abstract**

By email to the Guest Editors (Imène, Thomas, and Olov)  
Include the title, and the names and affiliations of the authors

## **References**

- Artigue, M. (2017). The challenging relationship between fundamental research and action in mathematics education. In Kaiser et al (Eds.), Proceedings of ICME 13 (pp. 145-165). Cham: Springer International Publishing.
- Biza, I., Giraldo, V., Hochmuth, R., Khakbaz, A., & Rasmussen, C. (2016). *Research on Teaching and Learning Mathematics at the Tertiary Level: State-of-the-Art and Looking Ahead*. Cham: Springer International Publishing.
- Bressoud, D., Ghedamsi, I., Martinez-Luaces, V., & Törner, G. (2016). *Teaching and Learning of Calculus*. Cham: Springer International Publishing.
- Ellis, A.B., Ely, R., Singleton, B., & Tasova, H. (2018). Scaling continuous covariation: Supporting middle school students' algebraic reasoning. In T. Hodges, G. Roy, & A. Tyminski (Eds.), *Proceedings of the 40th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 147 – 154). Greenville, SC: University of South Carolina & Clemson University.
- Ely, R. (2017). Reasoning with definite integrals using infinitesimals. *Journal of Mathematical Behavior*, 48, 158–167.
- Ely, R. (2021) Teaching calculus with infinitesimals and differentials. *ZDM Mathematics Education* 53, 591–604.
- González-Martín, A-S., Bloch, I., Durand-Guerrier, V., & Maschietto, M. (2014) Didactic Situations and Didactical Engineering in university mathematics: cases from the study of Calculus and proof. *Research in Mathematics Education*, 16(2), 117-134.
- Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary – tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 237–254.
- Gueudet, G., Bosch, M., Disessa, A., Kwon, O-N., & Verschaffel, L. (2016). *Transitions in Mathematics Education*. Cham: Springer International Publishing.
- Hwang, S., & Cho, E. (2022). Trends in Mathematics Teachers' Knowledge using topic modeling: A Systematic Review. *Mathematics*, 9. <https://doi.org/10.3390/math9222956>
- Monaghan, J., Nardi, E., & Dreyfus, T. (Eds.) (2019), *Calculus in upper secondary and beginning university mathematics – Conference proceedings*. Kristiansand, Norway: MatRIC. Retrieved in [2020] from <https://matric-calculus.sciencesconf.org/>

- Nührenböcker, M., Rösken-Winter, B., Chun-Ip Fung, Schwarzkopf, R., Wittmann, E-C., Akinwunmi, K., et al. (2016). *Design Science and Its Importance in the German Mathematics Educational Discussion*. Cham: Springer International Publishing.
- Pinto, A., & Cooper, J. (2022). The road not taken—Investigating affordances of infinitesimal calculus for enriching the repertoire of secondary mathematics teachers. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s40753-021-00161-w>
- Thompson, P. W., & Ashbrook, M. (2019). Calculus: Newton, Leibniz, and Robinson meet technology. Retrieved August 18, 2020, from <https://patthompson.net/ThompsonCalc/>
- Thompson, P. W. (2016). Researching mathematical meanings for teaching. In English et al. (Eds.), *Third handbook of international research in mathematics education* (pp. 968–1002). New York: Taylor & Francis.
- Weber, K., Mejía-Ramos, J. P., Fukawa-Connelly, T., & Wasserman, N. (2020). Connecting the learning of advanced mathematics with the teaching of secondary mathematics: Inverse functions, domain restrictions, and the arcsine function. *The Journal of Mathematical Behavior*, 57, 100752.
- Winsløw, C., Barquero, B., De Vleeschouwer, M., & Hardy, N. (2014) An institutional approach to university mathematics education: from dual vector spaces to questioning the world. *Research in Mathematics Education*, 16(2), 95-111.